

C8. Multiplikatív számelmélet (kredit: 3) – Szalay Mihály

Témakör: SZÁMELMÉLET

C8/1. Nagy szita, alkalmazások a prímszámeloszlásban. (Nagy szita: $A \subseteq [M + 1, \dots, M + N]$ esetén $\sum_{q \leq Q} \sum_{\substack{1 \leq a \leq q \\ (a, q) = 1}} \left| \sum_{n \in A} a_n \cdot e^{2\pi i n a / q} \right|^2$ felső és alsó becslése, $|A|$ felső becslése, ikerprímek, Brun–Titchmarsh-egyenlőtlenség.)

C8/2. Partíciók, generátorfüggvény. $p(n)$ generátorfüggvénye, integrálformula. $p(n)$ aszimptotikus becslése: Hardy–Ramanujan-tétel.)

C8/3. Dirichlet tétele számtani sorozatok prímjeiről. $\left(\sum_{p \leq x} \frac{\log p}{p}, \right.$

$$\sum_{p \leq x} \frac{\chi(p) \log p}{p}, \sum_{n \leq x} \frac{\chi(n) \Lambda(n)}{n}, \sum_{d \leq x} \frac{\chi(d)}{d} \mu(d); \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\chi(n)}{n} \neq 0 \quad (\chi \neq \chi_0).$$

C8/4. Bevezetés az analitikus számelméletbe. $(\pi(x), \vartheta(x), \psi(x),$ Selberg-egyenlőtlenség, a prímszámtétel. $\zeta(s)$ és $L(s, \chi)$ $\operatorname{Re} s > 1$ -re, $\zeta(s)$ kiterjesztése $\operatorname{Re} s > 0$ -ra. $1/\zeta(s)$, $\zeta'(s)/\zeta(s)$ $\operatorname{Re} s > 1$ -re. $t \neq 0$ -ra $\zeta(1 + it) \neq 0$.)

C8/5. A nagy szita karakteres változata, Gauss összegek, Pólya–Vinogradov-egyenlőtlenség, $g(p)$ felső becslése.